

Ekvivalenssirelaatio

Kahden joukon A_1 ja A_2 *karteeminen tulo* $A_1 \times A_2$ on kaikkien sellaisten järjestettyjen parien (a_1, a_2) joukko, missä $a_1 \in A_1$ ja $a_2 \in A_2$; toisin sanoen

$$A_1 \times A_2 = \{(a_1, a_2) \mid a_1 \in A_1, a_2 \in A_2\}.$$

Karteesisesta tulosta $A \times A$ käytetään myös merkintää A^2 .

Karteesisen tulon $A \times A$ jokainen osajoukko R määrittää *relaation joukossa* A : jos pari $(a, b) \in R$ sanotaan, että alkio a on relaatiossa R alkion b kanssa. Relaatiota merkitään lyhyesti $a R b$.

Esimerkki. Reaalilukujen joukossa \mathbb{R} mitkä tahansa kaksi lukua x ja y toteuttavat ainakin toisen relaatioista $x \leq y$ tai $x \geq y$.

Määritelmä. Joukon A relaatiota R sanotaan joukon A *ekvivalenssirelaatioksi*, jos se täyttää seuraavat ehdot:

- E1. refleksiivisyys: $\forall a \in A : a R a$
- E2. symmetrisyys: jos $a, b \in A$ ja $a R b$, niin $b R a$
- E3. transitivisuus: jos $a, b, c \in A$, $a R b$ ja $b R c$, niin $a R c$.

Ekvivalenssirelaatiosta käytetään merkintää \sim . Jos $a \sim b$, sanotaan, että a on *ekvivalentti* alkion b kanssa. Symmetrian nojalla voidaan sanoa myös, että alkiot a ja b ovat ekvivalentit.

Esimerkki. Kaikissa joukoissa on triviaali ekvivalenssirelaatio yhtäsuuruus $=$.

Linkit:

Ekvivalenssiluokka