

Korkeampien kertalukujen lineaariyhtälöt

Kertalukua n oleva lineaarinen differentiaaliyhtälö on normaalimuodossa

$$y^{(n)} + P_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \cdots + P_1(x)y' + P_0(x)y = R(x).$$

Jos $n > 2$, yhtälön ratkaiseminen yleisessä tapauksessa — jolloin kerroinfunktioista $P_k(x)$ ei oleteta muuta kuin jatkuvuus — ei ole kovinkaan yksinkertaista eikä useimmiten edes mahdollista alkeisfunktioiden (tai edes ns. erikoisfunktioidenkaan) avulla.

Jos $R(x) = 0$ kaikilla x , yhtälö on homogeeninen ja sen ratkaisu on periaatteessa muotoa

$$y = \sum_{k=1}^n C_k y_k(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) + \cdots + C_n y_n(x),$$

missä funktiot $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$ ovat lineaarisesti riippumattomia. Yleistä menettelyä ratkaisun hakemiseen ei kuitenkaan ole.

Jos $R(x)$ ei ole nollafunktio, yhtälö on epähomogeeninen, ja sen yleinen ratkaisu on vastaavan homogeeniyhtälön yleisen ratkaisun ja epähomogeenisen yhtälön jonkin yksittäisratkaisun summa. Yksittäisratkaisun hakemisessa vakioiden variointi on yleistettävissä myös tapauksiin $n > 2$, mutta sen käyttö on mielekästä vain harvoin.

Kertalukua n olevan yhtälön ratkaiseminen algebrallisesti tulee kysymykseen yleensä vain tapauksissa, missä kerroinfunktiot P_k ovat jotakin erityistä tyyppiä, esimerkiksi vakiofunktioita. Jos lisäksi funktio R on polynomi, jonkinlainen eksponenttifunktio tai muodostettu yksinkertaisista sinien ja kosinien lausekkeista, voidaan usein arvata ratkaisun muoto ja käyttää tähän pohjautuvia yritteitä.

Jos kyseessä ei ole mikään erityistyyppi, ovat numeerinen ratkaiseminen tai sarjakehitelmien käyttö lähes ainoat kyseeseen tulevat menettelyt.

Linkkejä

[kolmannen kertaluvun homogeeninen yhtälö, esimerkki](#)

[ratkaisun löytäminen yritteillä, esimerkki](#)

[yksittäisratkaisun löytäminen vakioiden varioinnilla symbolista ohjelmaa käyttäen / mma](#)

[yksittäisratkaisun löytäminen vakioiden varioinnilla symbolista ohjelmaa käyttäen / mpl](#)

[toisen kertaluvun homogeeniyhtälö](#)

[toisen kertaluvun epähomogeeniyhtälö](#)

[homogeenisen yhtälön ratkaisujoukko](#)

[epähomogeenisen yhtälön ratkaisujoukko](#)