

Rungen – Kuttan menetelmä

Samaan tapaan kuin parannetun Eulerin menetelmän johtamisessa käytetään toisen asteen Taylorin polynomia, voidaan tarkastella neljännen asteen polynomia. Tarkasteluista tulee tällöin suhteellisen monimutkaisia, mutta tuloksena saadaan *klassinen Rungen – Kuttan menetelmä*, joka voidaan luonnehtia useampikertaiseksi *ennustaja-korjaaja-menetelmäksi*.

Yhden askelen laskemisessa tarvittavat kaavat ovat seuraavat:

$$\begin{aligned}k_1 &= hf(x_k, y_k), \\k_2 &= hf(x_k + h/2, y_k + k_1/2), \\k_3 &= hf(x_k + h/2, y_k + k_2/2), \\k_4 &= hf(x_k + h, y_k + k_3), \\y_{k+1} &= y_k + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4).\end{aligned}$$

Ilman tarkempaa analyysia ei ole mahdollista nähdä, miksi kaavat ovat juuri sellaisia kuin ovat. Periaatteessa lopputulos on kuitenkin ymmärrettävissä: Kun luvuista k_1, k_2, k_3, k_4 otetaan h tekijäksi, voidaan termi $\frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$ mieltää funktion f eräissä pisteissä laskettujen arvojen painotetuksi keskiarvoksi kerrottuna tarkasteluvälin pituudella h . Se voi siis hyvin olla järkevä approksimaatio integraalille

$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x, y(x)) dx.$$

Klassinen Rungen – Kuttan menetelmä on varsin hyvä ja melko laajasti käytetty menetelmä alkuarvoprobleemojen ratkaisemisessa. Vastaavantyypisiä yhteisellä nimellä Rungen – Kuttan menetelmiksi kutsuttuja menetelmiä on useita erilaisia.

Linkkejä

[numeerisen ratkaisemisen perusidea](#)

[parannettu Eulerin menetelmä](#)

[alkuarvoprobleeman numeerinen ratkaiseminen, esimerkki / mma](#)

[Airyn yhtälön numeerinen ratkaiseminen, esimerkki / mma](#)

[alkuarvoprobleeman numeerinen ratkaiseminen, esimerkki / mpl](#)

[Airyn yhtälön numeerinen ratkaiseminen, esimerkki / mpl](#)

Simo K. Kivelä 10.4.2001