ESITIEDOT: ■ pinta, ■ ympyrä
KATSO MYÖS: ■ toisen asteen pinnat, ■ geometria

■ Sisältö
■ Hakemisto

Pallon yhtälö

Pallo on pinta, jonka kaikki pisteet ovat vakioetäisyydellä kiinteästä pisteestä, pallon *keskipisteestä*. Vakioetäisyys on pallon *säde*.

Nimitys pallo voi tarkoittaa joko pallopintaa tai pallopinnan rajoittamaa avaruuden osaa.

Pythagoraan lauseesta seuraa, että kahden avaruuspisteen (a, b, c) ja (x, y, z) välinen etäisyys on $\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}$, jolloin pallopinnan yhtälöksi saadaan

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2,$$

missä (a, b, c) on pallon keskipiste ja R sen säde.

Pallon yhtälöä voidaan tutkia samaan tapaan kuin ympyrän yhtälöä. Erityisesti jos toisen asteen pinnan yhtälössä termeillä x^2, y^2 ja z^2 on sama kerroin ja yz-, zx- ja xy-termit puuttuvat, yhtälö esittää joko palloa, pistettä tai ei mitään.

Esimerkiksi: Yhtälö

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 2 = 0$$

voidaan binomin neliöiksi täydentämällä saattaa muotoon

$$(x^2 + 4x + 4) + (y^2 - 2y + 1) + (z^2 + 6z + 9) - 4 - 1 - 9 - 2 = 0 \quad \text{eli}$$
$$(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 16.$$

Tämä esittää palloa, jonka keskipiste on $(-2, 1, -3)$ ja säde 4.

■ pallo (tilavuus)
■ pallo (ala)
■ pinta
■ Pythagoraan lause
■ koordinaatisto (xyz-)
■ etäisyys (pisteiden)
■ ympyrä
■ pinta (toisen asteen)
■ binomi

ESITIEDOT: ■ pinta, ■ ympyrä
KATSO MYÖS: ■ toisen asteen pinnat, ■ geometria

Pallon tasoleikkaukset

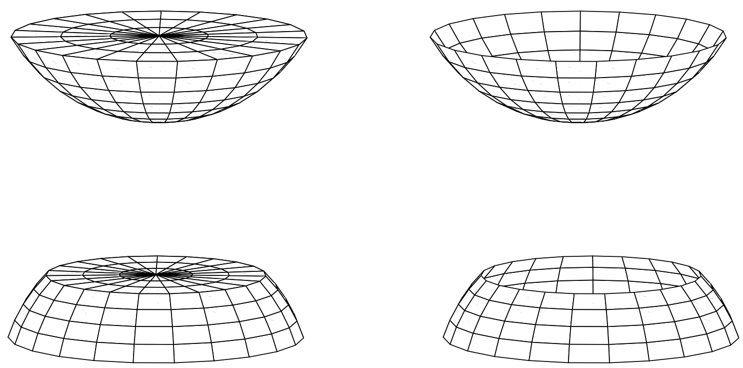
Jos palloa leikataan tasolla, leikkauskuvio on aina ympyrä. Jos leikkaava taso kulkee pallon keskipisteen kautta, leikkausympyrän säde on sama kuin pallon säde; jos taso ei kulje keskipisteen kautta, leikkausympyrän säde on pienempi. Edelliset ympyrät ovat pallon *isoympyröitä*, jälkimmäiset *pikkuympyröitä*.

■ taso
■ ympyrä

Esimerkiksi maapallon pinnalla päiväntasaaja ja kaikki meridiaaniympyrät ovat isoympyröitä. Päiväntasaajaa lukuunottamatta leveyspiirit ovat pikkuympyröitä.

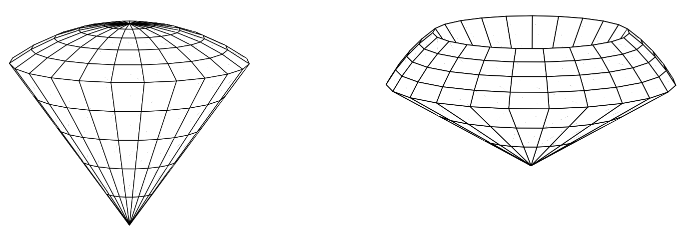
Jos palloa leikataan tasolla, jakautuu pallo kahteen kappaleeseen, joita kutsutaan *pallosegmenteiksi*. Vastaavat pallopinnan osat ovat *kalotteja*. Jos palloa leikataan kahdella yhdensuuntaisella tasolla, jää näiden väliin *katkaistu pallosegmentti* ja pallopinnasta *vyöhykkeeksi* kutsuttu osa.

■ pallosegmentti (tilavuus)
■ kalotti (ala)
■ vyöhyke (ala)



Yhdistettäessä kalotin reunakäyrä säteillä pallon keskipisteeseen syntyy kappale, jota kutsutaan *pallosektoriksi*. Samaa nimitystä käytetään kappaleesta, joka syntyy yhdistettäessä vyöhykkeen molemmat reunaympyrät pallon keskipisteeseen; kyseessä on tällöin kappale, jota rajoittaa vyöhyke ja kaksi kartiopintaa.

■ pallosektori (tilavuus)
■ kartiopinta
■ kartiopinta



ESITIEDOT: ■ pinta, ■ ympyrä
KATSO MYÖS: ■ toisen asteen pinnat, ■ geometria

Geodeettiset viivat; pallokolmiot

Geodeettiseksi viivaksi jollakin pinnalla kutsutaan käyrää, joka antaa lyhimmän pintaa pitkin kulkevan tien kahden annetun pisteen välillä. Voidaan osoittaa, että pallon geodeettisia viivoja ovat isoympyröiden kaaret.

■ pinta
■ käyrä (avaruus-)

Lyhin pallon pintaa pitkin kulkeva tie kahden pisteen välillä on siis näitä yhdistävä isoympyrän kaari. Taso, jossa kaari sijaitsee, määräytyy kolmen pisteen avulla: kaaren päätepisteet ja pallon keskipiste.

■ taso

Pallon pinnalle voidaan muodostaa *elliptinen epäeuklidinen geometria* pitämällä isoympyröitä tämän geometrian suorina. Ajatus on sikäli luonnollinen, että tavallisessa tasogeometriassa kahden pisteen välinen lyhin tie on suoran osa, jana. Pallonpintageometriassa lyhin tie on vastaavalla tavalla tämän geometrian suoran osa, isoympyrän kaari.

■ geometria (epäeuklidinen)
■ geometria (epäeuklidinen)
■ suora

Pallokolmio on pallonpintageometrian kolmio, jonka sivut ovat isoympyröiden kaaria. Sekä kolmion sivuja — kaaria — että sen kulmia voidaan siten mitata kulmamitoilla, esimerkiksi asteilla. Pallokolmioiden laskemista kutsutaan *pallotrigonometriaksi*.

■ pallokolmio
■ kulma (taso-)

Voidaan osoittaa, että pallokolmioiden kulmien summa on aina $> 180°$. Esimerkiksi jos pallokolmion sivuiksi otetaan päiväntasaajan kaari ja kaksi pohjoisnavalta päiväntasaajalle ulottuvaa meridiaanikaarta, saadaan pallokolmio, jonka kulmien summa on $90° + 90° + \alpha = 180° + \alpha$, missä α on meridiaanikaarten välinen pituusaste-ero.

■ kolmio