ESITIEDOT: ■ vektori, ■ koordinaatistot, ■ piste
KATSO MYÖS: ■ geometria, ■ vektorialgebra, ■ geometriset probleemat, ■ taso

■ Sisältö
■ Hakemisto

Suora geometrisena peruskäsitteenä

Pisteen ohella *suora* on geometrinen peruskäsite, jota varsinaisesti ei määritellä.

Alkeisgeometriassa voidaan suoraa havainnollistaa viivoittimen reunalla, taitetun paperiarkin taittosärmällä, valonsäteellä jne. Suora ulottuu kummassakin suunnassa äärettömyyteen ja on 'suora' intuitiivisen mielikuvan mukaisesti. Tällaiset mielikuvat eivät kuitenkaan kelpaa logiikkaan pohjautuviksi määritelmiksi. Geometrian historia myös osoittaa, että vasta suoran käsitteen täsmentäminen ratkaisi vuosisatojen ajan avoimina olleet ongelmat.

Tavanomaisessa alkeisgeometriassa — sekä taso- että avaruusgeometriassa — suoria voidaan käsitellä intuitiivisen mielikuvan pohjalta. Tavanomaiseen alkeisgeometriaan viitataan myös puhumalla *euklidisesta* geometriasta; perusjoukko, johon pisteet ja suorat sijoitetaan, on joko *euklidinen taso* tai *euklidinen avaruus*.

Suoria merkitään yleensä pienillä latinalaisilla kirjaimilla: s, t, jne.

Suorien perusominaisuuksia ovat seuraavat:

- Kahden erillisen pisteen kautta voidaan asettaa täsmälleen yksi suora.
- Suoran ulkopuolella olevan pisteen kautta voidaan asettaa täsmälleen yksi sen suuntainen suora. (*Paralleeliaksiooma*)
- Tason kaksi suoraa joko leikkaavat yhdessä pisteessä, ovat yhdensuuntaiset tai yhtyvät.
- Avaruuden kaksi suoraa joko leikkaavat yhdessä pisteessä, ovat yhdensuuntaiset, yhtyvät tai ovat *ristikkäiset* (esimerkiksi x-akseli ja y-akselin suuntainen suora, jonka pisteiden z-koordinaatti on $= 1$).

Jos A ja B ovat kaksi suoran s pistettä, näiden välinen suoran osa on *jana* AB. Suoralla s oleva piste P jakaa suoran kahteen osaan; kumpaakin näistä kutsutaan *puolisuoraksi* tai *säteeksi*.

■ piste
■ logiikka
■ geometria
■ geometria
■ geometria (euklidinen)
■ geometria (euklidinen)
■ paralleeliaksiooma
■ paralleeliaksiooma

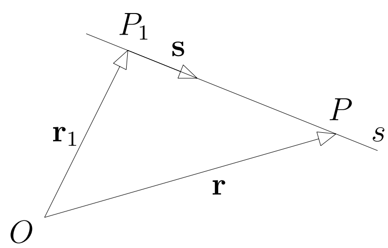
ESITIEDOT: ■ vektori, ■ koordinaatistot, ■ piste
KATSO MYÖS: ■ geometria, ■ vektorialgebra, ■ geometriset probleemat, ■ taso

Suoran vektoriesitys

Olkoon annettuna kaksi tason tai avaruuden pistettä paikkavektoreidensa avulla: $P_1 \;\widehat{=}\; \mathbf{r}_1$, $P_2 \;\widehat{=}\; \mathbf{r}_2$. Nämä määräävät yksikäsitteisesti suoran s. ■ vektori ■ paikkavektori

Vektori $\mathbf{s} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ on suoran s suuntainen; sitä kutsutaan suoran *suuntavektoriksi*.

Jos $P \;\widehat{=}\; \mathbf{r}$ on mikä tahansa suoran s piste, sen paikkavektori voidaan kirjoittaa muotoon $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + a\,\mathbf{s}$, kun skalaari a valitaan sopivasti. Toisaalta jos a on mikä tahansa reaaliluku, antaa eo. lauseke aina jonkin suoralla s olevan pisteen paikkavektorin. ■ skalaari



Tämän johdosta sanotaankin, että

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + a\,\mathbf{s}, \quad a \in \mathbb{R},$$

on suoran s *vektoriesitys*. Luku a on *parametri*, jota vaihtelemalla saadaan kaikki suoran pisteet.

Suuntavektori s ei ole yksikäsitteinen, vaan mikä tahansa suoran suuntainen vektori kelpaa. Myöskään paikkavektori $\mathbf{r}_1$ ei ole yksikäsitteinen. Tämä merkitsee, että samalle suoralle saadaan useita erilaisia vektoriesityksiä.

Suorien vektoriesitykset mahdollistavat vektorialgebran käytön geometrian menetelmänä. ■ geometria (vektori-)

ESITIEDOT: ■ vektori, ■ koordinaatistot, ■ piste

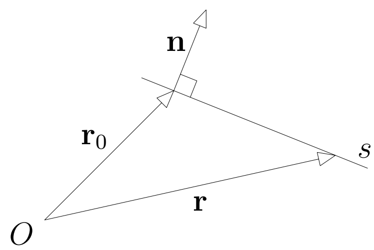
KATSO MYÖS: ■ geometria, ■ vektorialgebra, ■ geometriset probleemat, ■ taso

■ Sisältö
■ Hakemisto

Suoran yhtälö

Olkoon tasossa piste $P_0 \mathrel{\widehat{=}} \mathbf{r}_0$ suoran s piste ja olkoon $\mathbf{n}$ suoraa vastaan kohtisuora vektori, ns. *normaalivektori*. ■ vektori

Jotta piste $P \mathrel{\widehat{=}} \mathbf{r}$ olisi suoralla, on vektoreiden $\mathbf{n}$ ja $\mathbf{r} - \mathbf{r}_0$ ilmeisestikin oltava toisiaan vastaan kohtisuorat, ts. niiden skalaaritulon $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ on oltava $= 0$. ■ skalaaritulo



Kun merkitään $\mathbf{r} = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j}$, $\mathbf{r}_0 = x_0\,\mathbf{i} + y_0\,\mathbf{j}$, $\mathbf{n} = a\,\mathbf{i} + b\,\mathbf{j}$, saa ehto muodon

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

eli

$$ax + by + c = 0,$$

missä on merkitty $c = -ax_0 - by_0$. Tätä sanotaan *suoran yhtälöksi* xy-koordinaatistossa. Huomattakoon, että koordinaattien x ja y kertoimina ovat normaalivektorin komponentit. ■ koordinaatisto (xy-)

Piste (x, y) on siis suoralla, jos ja vain jos ehto $ax + by + c = 0$ toteutuu. ■ komponentti

Kolmiulotteisessa euklidisessa avaruudessa ei vastaavalla tavalla voida muodostaa yhtälöä suoralle, vaan analoginen tarkastelu johtaa tason yhtälöön. Suoraa voidaan tällöin käsitellä kahden tason leikkauskuviona, jolloin se esitetään kahdella tason yhtälöllä. ■ taso (yhtälö)

Yhtälöiden käyttö suorien esittämiseen johtaa ns. analyyttiseen geometriaan, jossa geometrisia ongelmia ratkaistaan algebran menetelmillä. ■ geometria (analyyttinen)

ESITIEDOT: ■ vektori, ■ koordinaatistot, ■ piste
KATSO MYÖS: ■ geometria, ■ vektorialgebra, ■ geometriset probleemat, ■ taso

■ Sisältö
■ Hakemisto

Suoran kulmakerroin

■ koordinaatisto (xy-)

Tarkastellaan suoran yhtälöä $ax + by + c = 0$ tavallisessa xy-tasossa. Jos $b \neq 0$, tästä voidaan ratkaista y:

$$y = -\frac{a}{b}\,x - \frac{c}{b}.$$

Muuttujan x kerroin $-a/b$ on suoran *kulmakerroin*, joka kuvaa sen kaltevuutta. Vakiotermi $-c/b$ osoittaa, missä pisteessä suora leikkaa y-akselin.

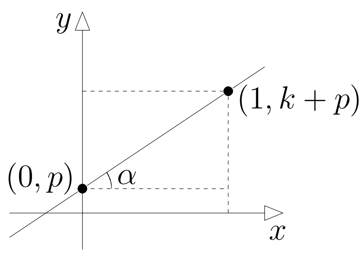
Jos $b = 0$, on suoran yhtälö $ax + c = 0$ eli $x = -c/a$. Tällöin se on y-akselin suuntainen. Tällaisen suoran yhtälöä ei voida ratkaista y:n suhteen, so. saattaa muotoon $y = kx + p$.

Suoran ja x-akselin positiivisen suunnan välistä kulmaa α kutsutaan suoran *suuntakulmaksi*. Tämä valitaan aina väliltä $]-90°, 90°]$. Arvo $90°$ vastaa y-akselin suuntaista suoraa.

■ väli (reaaliakselin)

Jos suoran yhtälössä $y = kx + p$ asetetaan $x = 0$, on $y = p$; vastaavasti jos $x = 1$, niin $y = k + p$. Alla olevan kuvion perusteella on tällöin $k = \tan\alpha$, ts. kulmakerroin on suuntakulman tangentti. Jos suora on nouseva, kulmakerroin on positiivinen; laskevalla suoralla se on negatiivinen.

■ tangentti (trigonometrinen)



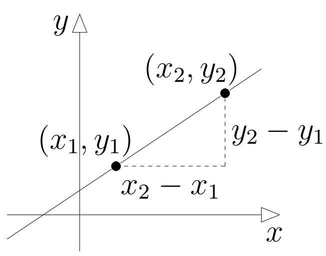
■ Sisältö
■ Hakemisto

Kulmakertoimen laskeminen

■ koordinaatisto (xy-)
■ tangentti (trigonometrinen)

Pisteiden (x_1, y_1) ja (x_2, y_2) kautta kulkevan suoran kulmakerroin k saadaan laskemalla suuntakulman tangentti oheisen kuvion mukaisesti:

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$



Koska lisäksi esimerkiksi pisteen (x_1, y_1) koordinaattien tulee toteuttaa suoran yhtälö, saadaan yhtälöksi

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,(x - x_1).$$

Kahden kohtisuoran suoran kulmakertoimille pätee $k = u/v$ ja $k' = -v/u$, jolloin niiden tulo on $kk' = -1$. Tämä nähdään helpoimmin oheisen kuvion avulla.