

5. Kompleksifunktioista

5.1. Eksponentti- ja logaritmifunktio

164.

Laske tarkat arvot funktioille e^z , $\log z$, c) z^z , kun a) $z = 2 + 3i$, b) $z = -1 - i$.

VASTAUS:

165.

Määritä seuraavien kompleksilukujen reaaliosa ja imaginaariosa: a) e^i , b) $\log i$, c) i^i . Laske myös likiarvot.

VASTAUS:

166.

Numeerinen tietokoneohjelma antaa luvun $(-\pi)^\pi$ nelidesimaaliseksi likiarvoksi $-32.9139 - 15.6897i$. Esitä miten tämä on määritelty ja määritä tarkka arvo.

VASTAUS:

5.2. Trigonometriset funktiot

167.

Laske tarkat arvot funktioille $\sin z$, $\cos z$, $\tan z$, $\sinh z$, $\cosh z$, kun a) $z = 2 + 3i$, b) $z = -1 - i$.

VASTAUS:

168.

Ratkaise kompleksitasossa yhtälö $\sin z = 2$.

VASTAUS: $z = \frac{\pi}{2} \pm i \log(2 + \sqrt{3}) + 2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

169.

Ratkaise kompleksitasossa yhtälö $\cos z = 2$.

VASTAUS:

170.

Tutki, onko kompleksitasossa voimassa yhtälö $\sin^2 z + \cos^2 z = 1$.

VASTAUS:

171.

Osoita, että kaksinkertaisen argumentin kaavat sinille ja kosinille ovat voimassa myös kompleksitasossa. Johda näistä vastaavat kaavat hyperboliselle sinille ja kosinille käyttämällä sinin ja hyperbolisen sinin sekä kosinin ja hyperbolisen kosinin välistä yhteyttä.

VASTAUS: