



Kokeessa saa vastata enintään kymmeneen tehtävään. Eräät tehtävät sisältävät useita osia [merkittynä **a**), **b**) jne.], jolloin kaikkien kohtien käsittely kuuluu tehtävän täydelliseen suoritukseen.

1. Suora kulkee pisteen $(1, 2)$ kautta. Määritä suoran yhtälö, kun **a**) se on x -akselin suuntainen, **b**) se on y -akselin suuntainen, **c**) sen suuntakulma on -45 astetta, **d**) se on kohtisuorassa suoraa $2x + y = 0$ vastaan. Piirrä kuvat.
2. **a**) Millä x :n arvolla on $e^x = 1$? **b**) Ratkaise yhtälö $e^{x^3+4x^2+x} = 1$.
3. Vuonna 2001 erään liikeyrityksen ulkomaille suuntautuvan myynnin arvo kasvoi 10 % vuoteen 2000 verrattuna. Samaan aikaan myynnin arvo kotimaassa väheni 5 %. Tällöin koko myynnin arvo kasvoi 6 %. Laske, kuinka monta prosenttia myynnistä meni vuonna 2000 ulkomaille.
4. Suoran ympyrälieriön muotoisen litran mitan korkeus on 15 cm. Kuinka suuri on samanmuotoisen puolen litran mitan pohjan halkaisija?
5. Polynomi $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ on jaollinen binomilla $x^2 - 1$. Lisäksi on $P(2) = 12$. Määritä $P(x)$.
6. Määritä vektorien \bar{x} ja \bar{y} välinen kulma α , $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, kun **a**) vektoreilla \bar{x} , \bar{y} ja $\bar{x} + \bar{y}$ on sama pituus, **b**) vektoreilla \bar{x} , \bar{y} ja $\bar{x} - \bar{y}$ on sama pituus.
7. Suorakulmion pinta-ala on 30 m^2 ja piiri enintään 24 m. Mitä arvoja suorakulmion sivujen pituudet voivat saada?
8. Määritä raja-arvo $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^n \left(\frac{1}{x^2} + \cos nx \right) dx$.
9. Reaaliluvut a ja b arvotaan väliltä $[0, 3]$. Millä todennäköisyydellä on $\log_{10}(2a + 3b) > 1$?
10. R -säteisen pallon ympäri asetetaan mahdollisimman pieni neliöpohjainen suora pyramidi siten, että pallo sivuaa pyramidin pohjaa ja sivutahkoja. Laske pallon tilavuuden suhde pyramidin tilavuuteen.
11. Määritä normaalivektori tasolle, joka sisältää pisteen $(1, 1, 1)$ ja suoran $x = 1 + t$, $y = 2 + 2t$, $z = 3 + 3t$, $t \in \mathbb{R}$.
12. Kuvaus $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ on *injektio*, jos $f(x) \neq f(y)$ aina, kun $x \neq y$. Kuvaus $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ on *surjektio*, jos jokaista reaalilukua y kohti on olemassa sellainen reaaliluku x , että $y = f(x)$. Anna esimerkki kuvauksesta $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, joka on injektio, ja samoin kuvauksesta, joka ei ole injektio. Onko kuvaus $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ injektio? Anna esimerkki kuvauksesta $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, joka on injektio mutta ei surjektio.

KÄÄNNÄ!

- 13.** Millä reaalityyveilla x funktio f on määritelty, kun

$$f(x) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{9}{5}\right)^n (\sin x)^n (\cos x)^n ?$$

Määritä funktion pienin ja suurin arvo sekä vastaavat x :n arvot.

- 14.** Funktio $f : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ on derivoituva ja toteuttaa yhtälön

$$\int_0^x f(t) dt = f(x) + 2$$

jokaisella $x \in [0, \infty[$. Minkä differentiaaliyhtälön f toteuttaa? Toteuttaako jokainen tämän differentiaaliyhtälön ratkaisu välillä $[0, \infty[$ myös ensin mainitun yhtälön?

- 15.** Muodosta funktion $f(x) = e^{x/2}$ astetta n oleva Taylorin polynomi kohdassa $x = 0$, kun $n = 0, 1, 2, 3$. Mikä on Taylorin polynomin asteluku, kun virhe kohdassa $x = 1$ on pienempi kuin 10^{-16} ?