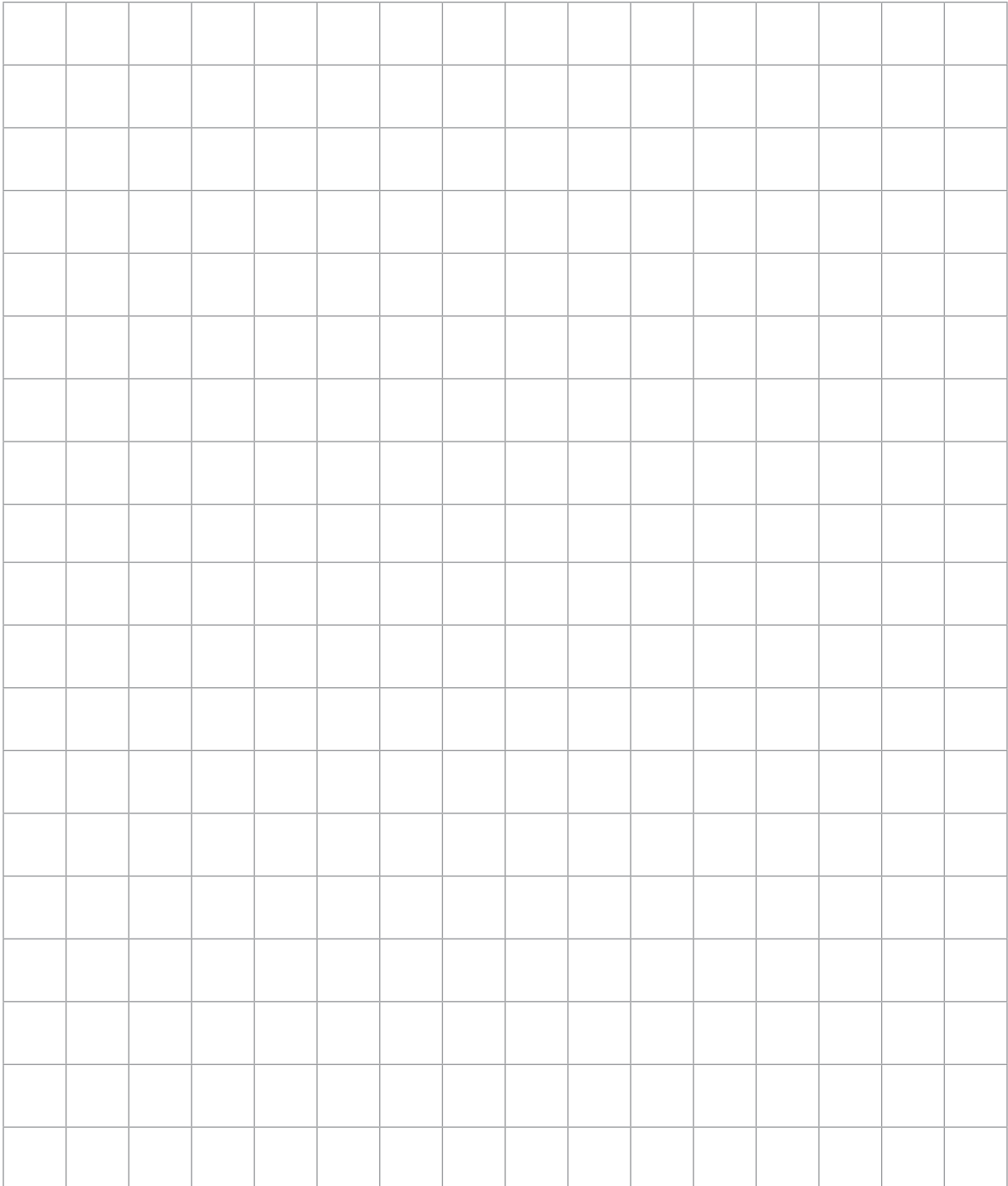


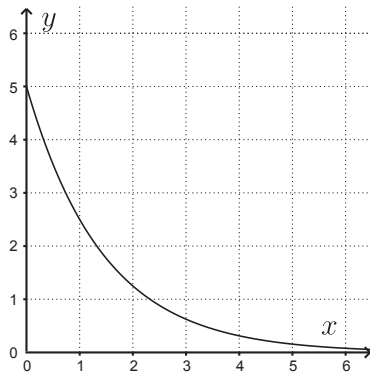
2. a) Eräällä reitillä on 20 matkustajaa. Heistä seitsemän ostaa opiskelijalipun, viisi eläkeläislipun, ja loput kahdeksan maksavat täyden hinnan 20 euroa. Opiskelija-alennus on 50 %, ja eläkeläisalennus on 30 %. Mikä on kaikkien matkustajien maksamien lippujen keskihinta?
- b) Väritä xy -koordinaatistoon se alue, jossa seuraava epäyhtälöryhmä toteutuu:

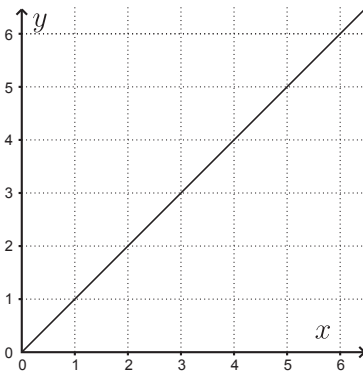
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2y + 3x - 6 \geq 0. \end{cases}$$

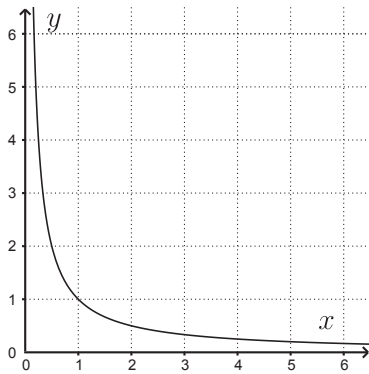


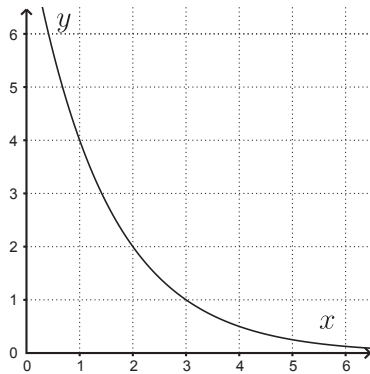
3. Alla on viisi väittämää sekä kuusi kuviota. Kirjoita jokaisen kuvion alapuolella olevaan ruutuun sen väittämän kirjain, joka pätee kyseisen kuvion tapauksessa. Yksi kirjaimista tulee kahteen eri ruutuun. Vastauksia ei tarvitse perustella.

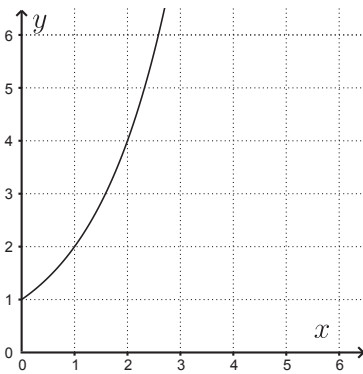
- (A) y on suoraan verrannollinen muuttujaan x .
 (B) y on kääntäen verrannollinen muuttujaan x .
 (C) y kaksinkertaistuu aina, kun muuttuja x kasvaa yhdellä.
 (D) y puolittuu aina, kun x kasvaa yhdellä.
 (E) y on suoraan verrannollinen muuttujan x neliöön.

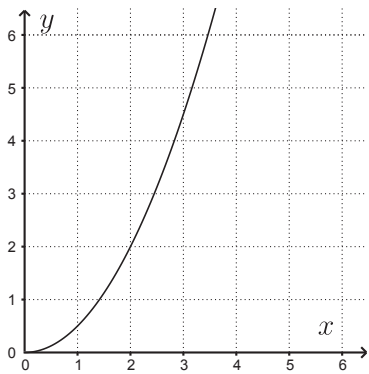













B-osa

B-osan tehtävät arvostellaan pistein 0–6. Jos teet tehtävän 5, kirjoita sen ratkaisu kokoarkille. Muussa tapauksessa kirjoita kokoarkille vain nimitietosi. Muiden tehtävien ratkaisut kirjoitetaan jokainen omalle puoliarkille. Puoliarkit kootaan kokoarkin sisään. Apuvälineinä saat käyttää taulukokirjaa ja laskinta. Laskimen saat kuitenkin haltuusi vasta sitten, kun olet palauttanut A-osan tehtävävihkosi. Sekä B1- että B2-osassa ratkaistaan kolme tehtävää.

B1-osa Ratkaise kolme tehtävistä 5–9.

5. a) Elina on lähdössä työmatkalle Norjaan. Hän vaihtaa aamulla 120 euroa Norjan kruunuiksi alla olevan taulukon kurssilla. Sen jälkeen hän saa kuitenkin tiedon matkan peruuntumisesta. Kuinka monta euroa Elina jää tappiolle, kun hän käy vaihtamassa samassa valuutanvaihtopisteessä kruunut takaisin euroiksi taulukon kurssilla? Yhtiö ei peri vaihtamisesta erillistä palkkiota.



Yhden euron arvo Norjan kruunuina,
setelikurssi

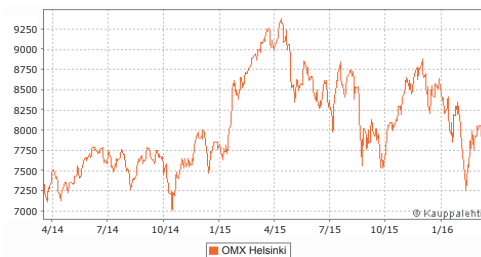
Osto	Myynti
9,8605 NOK	9,3565 NOK



Lähde (kuvat): <wikipedia.org>. Luettu 16.3.2016.

- b) Vuonna 2015 Helsingin pörssi heilahteli voimakkaasti. OMXH-indeksi, joka kuvaa pörssiyhtiöiden kokonaismarkkina-arvoa, vaihteli vuosineljänneksittäin alla olevan taulukon osoittamalla tavalla. Mikä oli indeksin kokonaismuutos vuoden 2015 aikana, ja mihin suuntaan?

Ajanjakso	Muutos prosentteissa
1. neljännes	+16,19
2. neljännes	−8,10
3. neljännes	−7,25
4. neljännes	+11,89



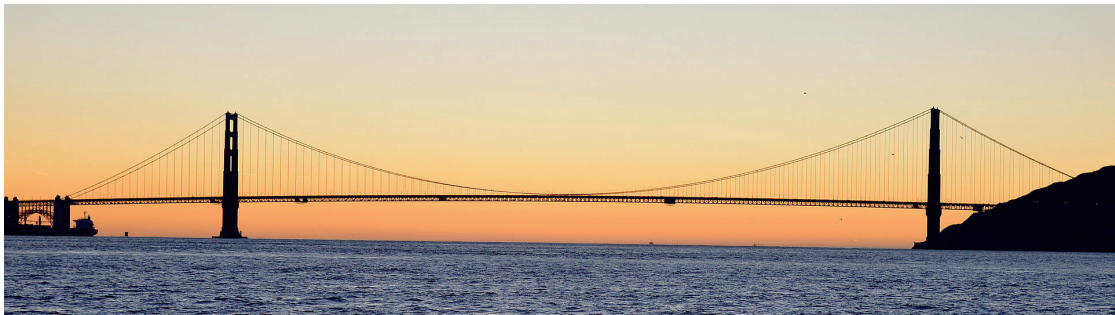
Lähde (kuva): <kauppalehti.fi>. Luettu 16.3.2016.

6. Uima-allas on 25 m pitkä ja 10 m leveä. Se syvenee tasaisesti pituussuunnassa ja on matalassa päässä 1,1 m ja syvässä päässä 3,0 m syvä. Uima-altaan sisäpinta (seinät ja pohja) on tarkoitus laatoittaa 30 cm × 20 cm kokoisilla laatoilla, joita myydään 30 laatan laatikoissa.

Arvioi, kuinka monta laattalaatikkoa täytyy ostaa altaan laatoittamista varten.

Tehtävässä ei tarvitse ottaa huomioon laattojen väliin jäävien saumojen pinta-alaa eikä sitä, että osaa laatoista joudutaan leikkaamaan, jolloin koko laatan pinta-alaa ei voida hyödyntää.

7. a) Lieriön muotoinen Jättikynttilä on 100 cm pitkä, ja se palaa loppuun 450 tunnissa. Määritä sellaiset luvut k ja b , että lauseke $y = kt + b$ esittää kynttilän korkeutta y , kun se on palanut ajan t . Korkeus y ilmaistaan senttimetreinä ja aika t tunteina.
- b) Design-kynttilän korkeus riippuu puolestaan ajasta lausekkeen $y = 120 - 0,005t^2$ mukaisesti, kun y ja t ovat kuten a-kohdassa. Design-kynttilä ja Jättikynttilä sytytetään samanaikaisesti. Milloin ne ovat yhtä pitkiä?
8. Tehtaalla valmistettavien hiustenkuivaajien maksimiteho on normaalijakautunut. Jakouman keskiarvo on 1 453 wattia ja keskihajonta on 37,2 wattia.
- Valmistusprosessin uudistuksen jälkeen vastaavat arvot ovat 1 467 ja 10,5 wattia. Ulkoisesti hiustenkuivaajat eivät ole muuttuneet.
- Tehtaan korjaustyöpajalla mitataan mm. korjattavan hiustenkuivaajan maksimiteho. Millä maksimitehon arvolla on yhtä todennäköistä, että hiustenkuivaaja on tehty vanhalla valmistusprosessilla, kuin se, että se on tehty uudella valmistusprosessilla?
9. Golden Gate -siltaa San Franciscossa kannattaa kaksi sillan päädyissä oleviin torneihin kiinnitettyä kaapelia. Profiilikuvassa (eli sivulta katsottuna) kaapeli on paraabelin muotoinen. Tornien välinen etäisyys on 1 280 m, ja korkeusero vaijerin alimman pisteen ja tornin huipun välillä on 152 m.
- a) Määritä kaapelin muotoa kuvaavan yhtälön $y = ax^2$ kerroin a , kun origo on vaijerin alimmassa pisteessä. (2 p.)
- b) Määritä derivaatan avulla kulma, jossa kaapeli kohtaa tornin. (4 p.)



Lähde: <en.wikipedia.org>. Luettu 10.3.2016.

B2-osa Ratkaise kolme tehtävistä 10–13.

10. Suomalaisten kotitalouksien talletusten kokonaisarvo oli 80 778 000 000 euroa vuoden 2015 lopussa. Näiden talletusten keskimääräinen korko oli 0,32 %. Valtiovarainministeriö yrittää arvioida talletusten koroista saatavan vuoden 2017 lähdeveron suuruutta seuraavien oletusten pohjalta: kotitalouksien talletusten arvo nousee vuoden 2016 loppuun mennessä 1,5 % ja edelleen 1,0 % vuoden 2017 loppuun mennessä. Lisäksi arvioidaan, että keskiporko laskee 0,05 prosenttiyksikköä kumpanakin vuonna.

Kuinka paljon Suomen valtio saa tämän arvion perusteella talletusten koroista perittävää lähdeveroa vuodelta 2017, kun lisäksi oletetaan, että lähdeveroprosentti on koko ajan 30? Anna vastaus miljoonan euron tarkkuudella.

11. Maakellarin sisälämpötila vaihtelee hitaasti vuodenaikojen mukaan. Alin lämpötila $2\text{ }^{\circ}\text{C}$ saavutetaan helmi-maaliskuun vaihteessa, ja ylin lämpötila $8\text{ }^{\circ}\text{C}$ saavutetaan elo-syyskuun vaihteessa. Oletetaan, että lämpötilan vaihtelua voidaan kuvata sinikäyrällä. Määritä selkaiset parametrien A , B , c ja t_0 arvot, että lämpötila T saadaan kaavalla

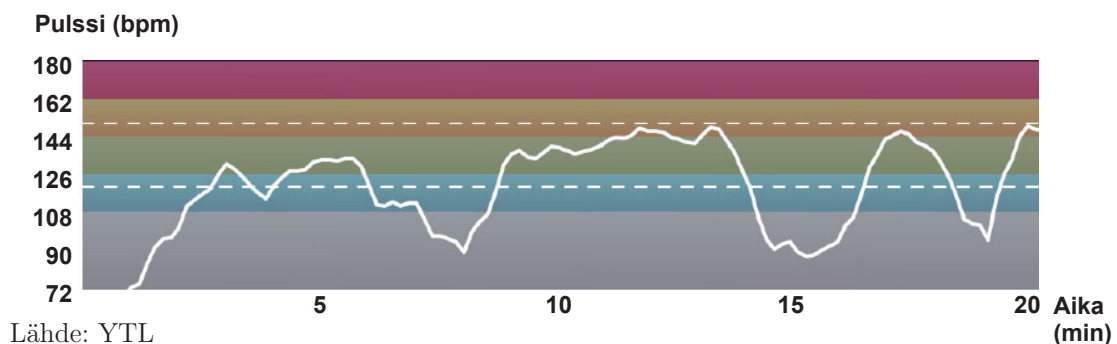
$$T = A + B \sin(c(t + t_0)),$$

kun ajan t yksikkönä on kuukausi. Tehtävässä kaikki kuukaudet voidaan olettaa yhtä pitkiksi.

12. Kalle ja Leena tekevät Biofysiikan perusteet -kurssin harjoitustyötä. He ovat mitanneet koehenkilön pulssin $f(t)$ urheilusuorituksen aikana hetkellä t . Tuloksena on alla oleva käyrä. Mittalaitteisto siirtää tulokset digitaalisessa muodossa langattomasti suoraan Kallen ja Leenan käyttämään tietokoneeseen.

Kallen ja Leenan tehtävänä on ohjelmoida tietokone laskemaan automaattisesti, kuinka monta paikallista minimikohtaa pulssikäyrässä on. Kalle ehdottaa funktion derivaatan nollakohtien etsimistä. Leenan mukaan tämä toimii joskus, kuten tapauksessa $t = 15,2$ min, mutta ei aina, esimerkiksi silloin, kun $t = 19,3$ min.

- Onko $f'(16)$ positiivinen vai negatiivinen? Perustele ja selitä sanallisesti, mitä vastaus tarkoittaa.
- Kuvaile sanallisesti, mitä tiedät derivaatan ja funktion minimin välisestä yhteydestä.
- Arvioi Kallen ehdotusta paikallisten minimikohtien löytämiseksi sekä Leenan esittämää huomiota.



13. Eksponentiaalista mallia voidaan käyttää monien luonnontieteen ilmiöiden kuvaamiseen.

- a) Anna esimerkki ilmiöstä, jonka kuvaamiseen malli soveltuu.
- b) Anna esimerkki ilmiöstä, jonka kuvaamiseen malli ei sovellu.

Mallin soveltuvuus ja soveltumattomuus pitää perustella.