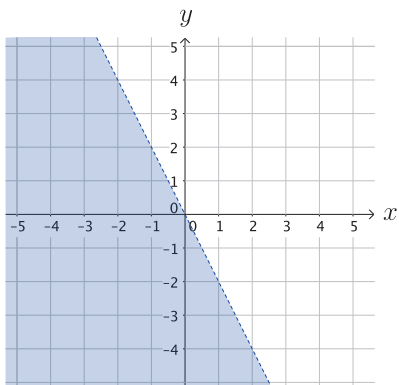


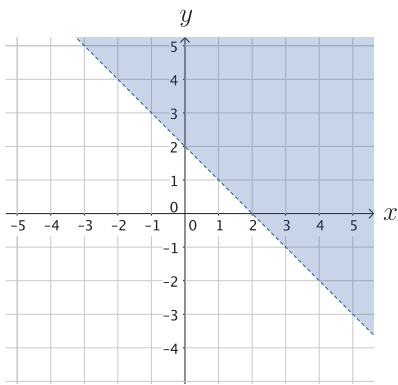


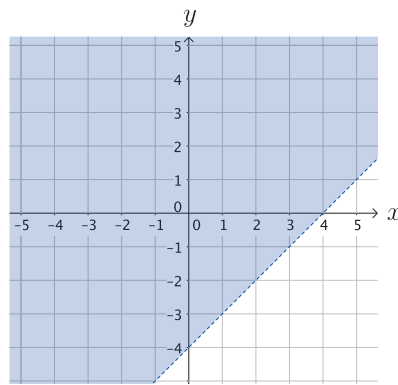


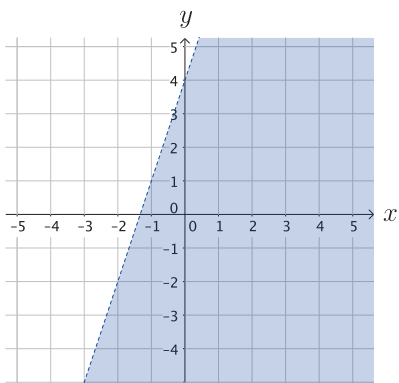
3. Yhdistä kuhunkin  $xy$ -tason sinisellä varjostettuun alueeseen sitä vastaava epäyhtälö. Kolme epäyhtälöä jää käyttämättä.

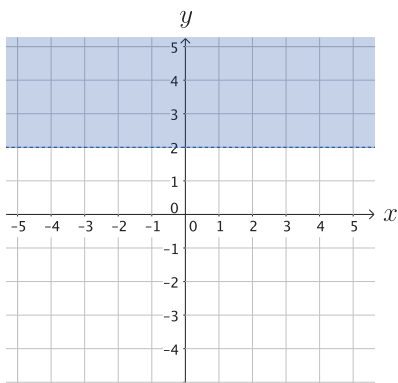
- (A)  $x > -y + 2$     (B)  $y < -2x$     (C)  $y > x - 4$   
 (D)  $x < -2$     (E)  $y > 2$     (F)  $x + y > 0$   
 (G)  $2x + y > 0$     (H)  $y < 3x + 4$     (I)  $x + y < 2$

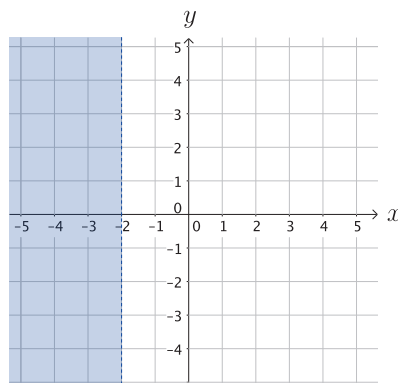










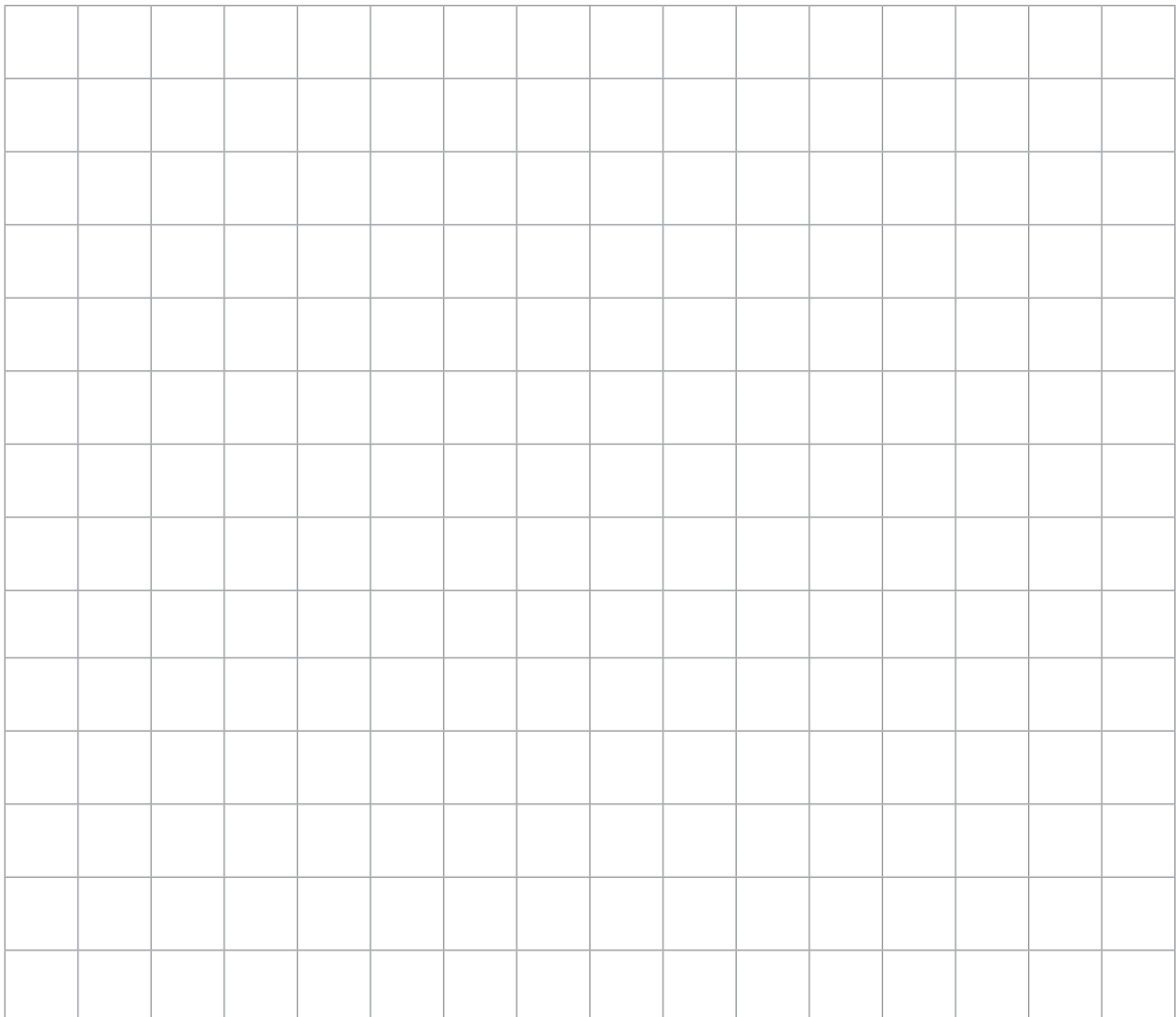
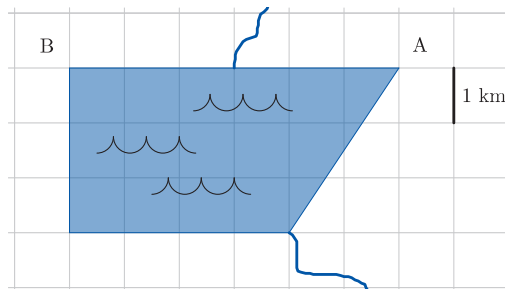


4. Vuonna 1902 säädettiin *Laki, sisältävä määräyksiä välirajasta vedessä ja vesialueen jaosta* (23.7.1902/31), joka on edelleen voimassa. Seuraavassa on lain ensimmäinen pykälä.

1 § Järven rannalla sijaitsevilla kylillä olkoon osa järveen rajalinjan ja kylän tilusten mukaan, siten että kukin vallitsee sen osan vettä ja veden alaista pohjaa, joka on lähempänä omaa rantaa kuin toisen.

Nykykielellä ilmaistuna: Kylän vesialuetta ovat ne järven kohdat, jotka ovat lähempänä tämän kylän rantaa kuin muiden kylien rantoja.

Alla olevassa havainnekartassa esiintyvät kylät A ja B, joiden maaraja muodostuu kahdesta joesta. Piirrä karttaan kylien A ja B välinen vesiraja sekä arvioi kylien vesialueiden pinta-alat yhden neliökilometrin tarkkuudella.

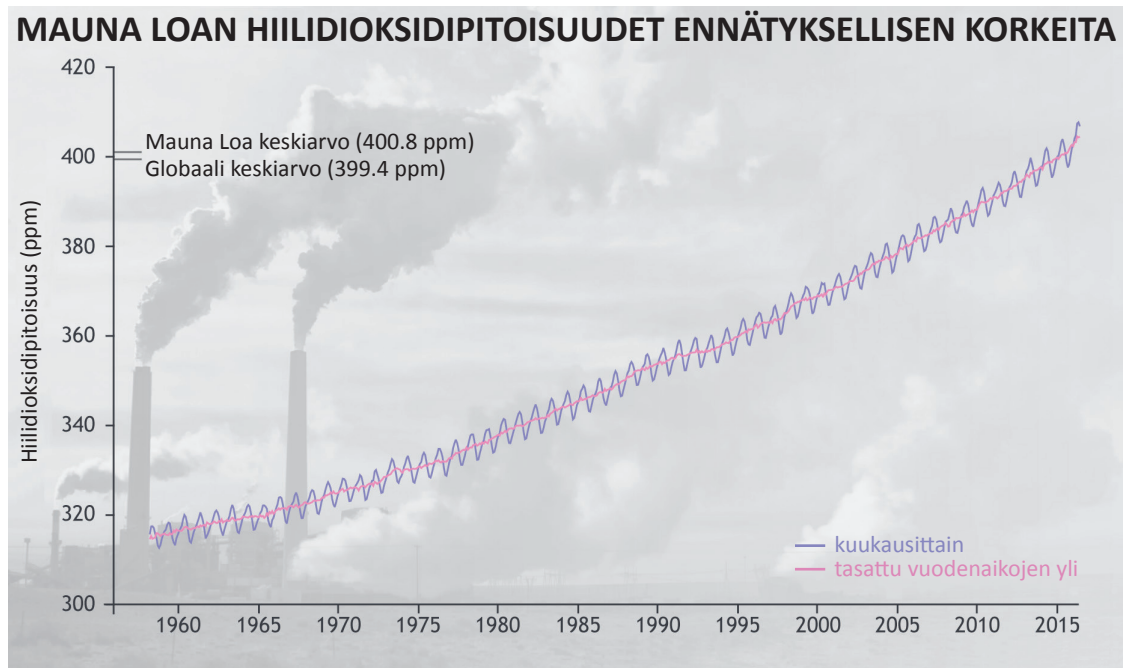



**B-osa**

B-osan tehtävät arvostellaan pistein 0–6. Jos teet tehtävän 5, kirjoita sen ratkaisu kokoarkille. Muussa tapauksessa kirjoita kokoarkille vain nimitietosi. Muiden tehtävien ratkaisut kirjoitetaan jokainen omalle puoliarkille. Puoliarkit kootaan kokoarkin sisään. Apuvälineinä saat käyttää taukkokirjaa ja laskinta. Laskimen saat kuitenkin haltuusi vasta sitten, kun olet palauttanut A-osan tehtävävihkosi. Sekä B1- että B2-osassa ratkaistaan kolme tehtävää.

**B1-osa Ratkaise kolme tehtävistä 5–9.**

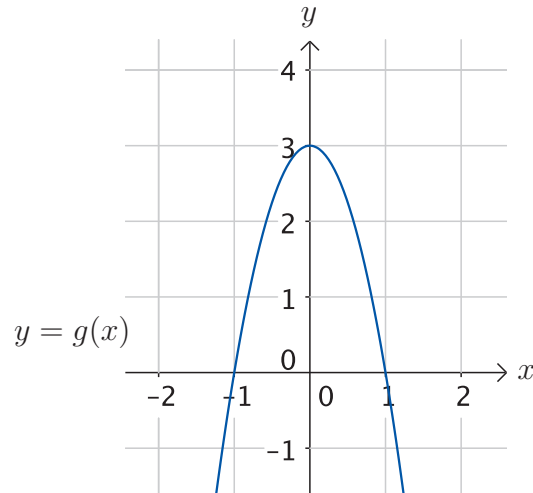
5. Mauna Loa -observatoriossa Havaijilla on mitattu ilmakehän hiilidioksidipitoisuutta jo vuodesta 1958 alkaen. Maaliskuussa 1958 mittaukset osoittivat ilmakehän hiilidioksidipitoisuudeksi noin 316 ppm (*parts per million* eli miljoonasosaa). Maaliskuussa vuonna 2016 pitoisuudeksi mitattiin noin 405 ppm.
- Kuinka monta prosenttia hiilidioksidin määrä ilmakehässä on lisääntynyt edellä mainittujen mittauskertojen välillä?
  - Tutkija mallintaa hiilidioksidipitoisuuden kasvua suoralla  $y = kt + 316$ . Tässä  $y$  kuvaa hiilidioksidipitoisuutta (yksikkönä ppm) ja  $t$  kulunutta aikaa vuoden 1958 maaliskuusta alkaen (yksikkönä vuosi). Määritä se suoran kulmakerroin  $k$ , jolla malli antaa mitatun tuloksen maaliskuussa 2016.
  - Minkä arvon b-kohdan mallisi antaa maaliskuun 2020 hiilidioksidipitoisuudelle?



Lähde: <www.climate.gov>.

Luettu: 19.3.2017. Käännös: YTL.

6. a) Olkoon  $f(x) = 2x^2 - 2x - 4$ . Ratkaise yhtälö  $f'(x) = 0$ .
- b) Alla olevassa kuviossa on polynomifunktion  $g(x)$  kuvaaja. Ratkaise yhtälö  $g'(x) = 0$ . Perustele vastauksesi kuvion avulla.
- c) Millä muuttujan  $x$  arvoilla sekä  $f'(x)$  että  $g'(x)$  ovat pienempiä kuin nolla?



7. Monopoly-pelissä pelaaja heittää kahta noppaa ja siirtää pelinappulaansa silmälukujen summan verran.
- a) Pelaaja on Tehtaankadulla. Jos hänen heittämiensä noppien silmälukujen summa on kuusi tai kahdeksan, niin hän joutuu Mannerheimintiellä tai Erottajalla sijaitsevaan toisen pelaajan omistamaan hotelliin. Kuinka suurella todennäköisyydellä näin tapahtuu?
- b) Monopolyssa on seuraavat säännöt. *Jos pelaaja saa molemmilla nopilla saman silmäluvun, niin hän saa heittää noppiä uudelleen. Jos hän saa kolme kertaa peräkkäin molemmilla nopilla saman silmäluvun, niin hän joutuu ylinopeuden vuoksi vankilaan.* Kuinka suurella todennäköisyydellä näin tapahtuu?



Kuva: YTL.

8. Inkeri ottaa 100 000 euron annuiteetilainan kiinteällä 1,2 %:n vuosikorolla ja 10 vuoden laina-ajalla.
- a) Mikä on annuiteetin eli kuukausittaisen maksuerän suuruus? (2 p.)
- b) Inkeri saa 21 000 euron suuruisen perinnön. Viiden vuoden jälkeen lainaa on pankin mukaan jäljellä 51 498,75 euroa. Inkeri sopii pankin kanssa lainaehtoihin tehtävistä muutoksista, jotka tulevat voimaan kuudennen lainavuoden alussa. Ensin lainaa lyhennetään koko perinnön verran ja lisäksi kuukausimaksu korotetaan 1 100 euroon. Kuinka monta kuukautta kestää, ennen kuin hän on maksanut koko lainan takaisin? (4 p.)

9. Jos valitset tämän tehtävän, ratkaise joko 9.1 TAI 9.2. (Voit valita kumman tahansa tehtävän riippumatta siitä, minkä opetussuunnitelman mukaisesti olet opiskellut.)

9.1 (Vanha opetussuunnitelma, ennen 1.8.2016 lukion aloittaneet)

Tarkastellaan vektoreita  $\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$  ja  $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ .

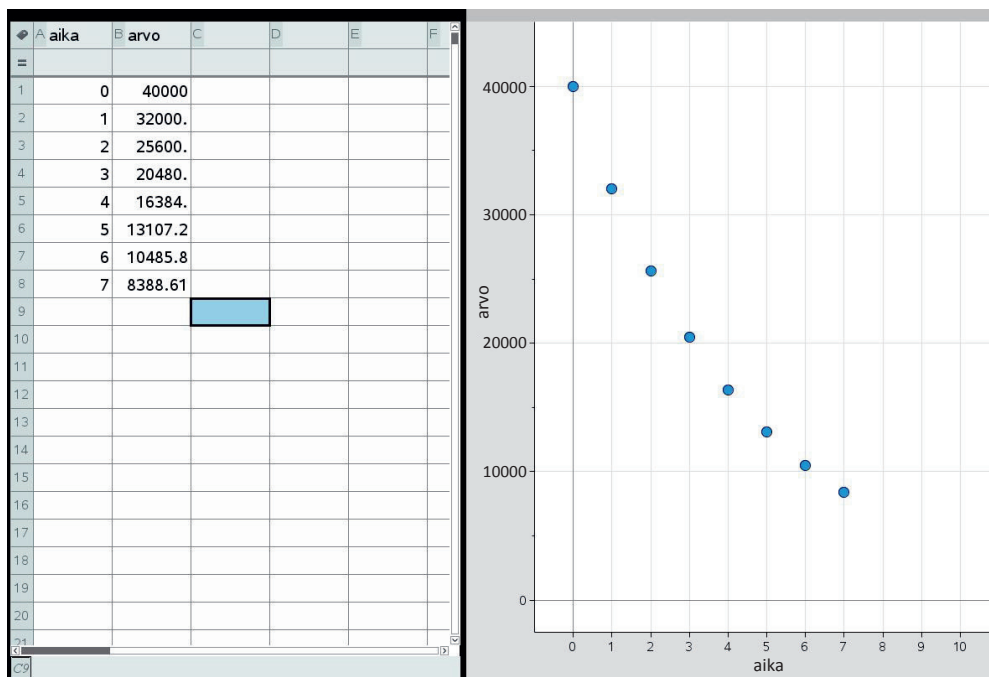
- Määritä vektoreiden  $\vec{u}$  ja  $\vec{v}$  välinen terävä kulma.
- Merkitään  $\vec{w} = 2\vec{i} + t\vec{j}$ . Määritä sellainen kerroin  $t$ , että vektorit  $\vec{u}$  ja  $\vec{w}$  ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan.

9.2 (Uusi opetussuunnitelma, 1.8.2016 tai sen jälkeen lukion aloittaneet)

Tavallista noppaa heitetään 20 kertaa. Mikä on todennäköisyys, että ykkösiä tulee viidesti tai useammin?

## B2-osa Ratkaise kolme tehtävistä 10–13.

10. Iiris on löytänyt uuden autonsa arvon alenemista kuvaavan taulukon. Hän syöttää tiedot ohjelmaan, joka piirtää auton arvoa kuvaavat pisteet ajan funktiona yhden vuoden välein. Auton ostaminen tapahtuu taulukossa vuonna 0.



- Selitä sanallisesti, millä tavalla auton arvo näyttää alenevan ajan funktiona.
- Muodosta kaava, joka kuvaa sitä, miten taulukon lukuarvot on laskettu. Voit käyttää muotoa  $a_n = f(n)$  olevaa lukujonoa, kun  $a_n$  on auton arvo vuonna  $n$ .
- Kuinka monen vuoden jälkeen auton ostamisesta sen arvo on kaavasi mukaan laskenut alle 2000 euron?

11. *Kultainen suhde*  $\varphi$  on luku, joka kuvaa sopusuhtaisen suorakulmion sivujen pituuksien suhdetta. Sillä on suuri merkitys taiteessa ja arkkitehtuurissa.

Kultainen suhde määritellään seuraavalla tavalla: yhden pituusyksikön mittainen jana jaetaan kahteen osaan niin, että koko janan pituuden suhde pidemmän osan pituuteen on yhtä suuri kuin pidemmän osan pituuden suhde lyhyemmän osan pituuteen.

Määritä tämä suhde  $\varphi$  kolmen desimaalin tarkkuudella.



12. Hannu keräsi aineiston eräässä risteyksessä kulkevien autojen lukumäärästä huhtikuun jokaisena päivänä klo 12.00–12.15 välisenä aikana. Hän kokosi autojen lukumäärästä frekvenssitaulukon ja laski, että lukumäärien keskiarvo on täsmälleen 3,3. Taulukon viimeinen sarake repeytyi kuitenkin irti. Siinä olleet luvut on merkitty alla kysymysmerkeillä. Päättele, mitkä luvut sarakkeessa olivat.

autojen lukumäärä	0	1	2	3	5	7	?
frekvenssi	2	5	7	6	5	3	?

13. Mari tekee 3D-suunnitteluohjelmalla lampunvarjostimen mallin. Hän aloittaa suorasta ympyräkartiosta, jonka korkeus ja pohjan halkaisija ovat molemmat 30,0 cm. Tästä kartiosta hän leikkaa pois yläosan, joka on 10,0 cm korkea suora ympyräkartio.
- Määritä varjostimen sivujan  $S$  pituus yhden millimetrin tarkkuudella. Sivujana on merkitty alla olevaan kuvaan.
  - Varjostimen sauma kulkee sivujanaa  $S$  pitkin. Hahmottele kuvio siitä, miltä varjostin näyttää tasoon levitetynä, kun se on avattu saumaa pitkin.
  - Laske varjostimen pinta-ala yhden neliösenttimetrin tarkkuudella.

