



Kokeessa saa vastata enintään kymmeneen tehtävään. Eräät tehtävät sisältävät useita osia [merkittynä a), b) jne.], jolloin kaikkien kohtien käsittely kuuluu tehtävän täydelliseen suoritukseen.

1. Eräissä maissa käytetään lämpötilan mittaamisessa fahrenheitasteikkoa. Fahrenheitmittarin lukema f muunnetaan kaavalla $c = \frac{5}{9}(f - 32)$ celsiusmittarin lukemaksi c . Kuinka korkea kuume ihmisellä on fahrenheitasteina, jos lukema celsiusasteina on $38,2$? Missä lämpötilassa celsiusmittari ja fahrenheitmittari osoittavat samaa lukemaa?
2. Tuoreen koivutukin pituus on neljä metriä ja sen keskimääräinen halkaisija puoli metriä. Mikä on tukin massa, kun tuoreen koivun tiheys on noin $0,9 \text{ kg/dm}^3$?
3. Tuotteen myyntihinta saadaan, kun verottomaan hintaan lisätään arvonlisävero, jonka suuruus on 22 prosenttia verottomasta hinnasta. Kuinka monta prosenttia arvonlisävero on myyntihinnasta? Riippuuko tämä prosentti myyntihinnasta?
4. Ratkaise yhtälö $4x^2 - 4ax - 3a^2 = 0$, kun $a = 0,001$.
5. Eräässä matematiikan kokeessa arvosanojen jakauma oli seuraava:

4	5	6	7	8	9	10
1,3 %	9,8 %	15,8 %	20,3 %	23,3 %	23,4 %	6,1 %

Laske arvosanojen keskiarvo.

6. Bensiinikäyttöisen auton ja vastaavan dieselmoottorilla varustetun auton polttoaineen kulutukset ovat 7,9 ja 5,4 litraa sadalla kilometrillä. Oletetaan bensiinin litrahinnaksi 6,29 mk ja dieselpolttoaineen 4,19 mk. Halvan polttoainehinnan vastapainoksi dieselautosta on maksettava vuotuinen dieselvero, joka esimerkin autossa on 2 700 mk. Esitä autojen vuotuiset kustannukset ajokilometrien funktioina ja piirrä funktioiden kuvaajat samaan koordinaatistoon, kun vuodessa ajetaan enintään 30 000 km. Kuinka paljon vuodessa on vähintään ajettava, jotta dieselautolla ajaminen olisi bensiinikäyttöistä autoa edullisempää?
7. Kennelin pitäjä tekee koirilleen aitauksen, jossa on rinnakkain viisi samanlaista suorakulmion muotoista osastoa siten, että koko aitauksesta muodostuu suorakulmio. Aita-aineksia on käytettävissä tasan 200 metrin aitaan. Mitkä ovat yhden osaston mitat silloin, kun koko aitauksen ala on mahdollisimman suuri? Mikä on tällöin koko aitauksen ala?
8. Kaksi autoilijaa ajaa peräkkäin tasaista 120 kilometrin tuntinopeutta. Autojen välinen etäisyys on 150 metriä. Tien varressa on liikennemerkki, joka osoittaa 100 km/h -nopeusrajoitusalueen alkavan. Oletetaan, että kumpikin autoilija pudottaa nopeutensa yhtäkkiä 100 kilometriin tunnissa ohittaessaan liikennemerkkin. Mikä on autojen välinen etäisyys 100 kilometrin nopeusrajoitusalueella? Millainen lauseke uudelle etäisyydelle saadaan yleisessä tapauksessa, jossa alkuperäinen nopeus on v_1 , alentunut nopeus v_2 ja alkuperäinen etäisyys d ?
9. Tietokonepelissä heitetään virheellistä noppaa, jossa nopan silmälukujen todennäköisyydet ovat suoraan verrannollisia silmälukuihin. Mitkä ovat eri silmälukujen todennäköisyydet? Mikä on todennäköisyys saada kahdella heitolla kaksi kuutosta?

KÄÄNNÄ!

10. Ajatellaan, että Helsingistä Brysseliin kaivetaan liikennetunneli, joka yhdistää kaupungit suoraviivaisesti maapallon jännettä pitkin. Miten syvällä on tunnelin syvin kohta? Kuinka monen asteen kaltevuudessa tunneliin ajetaan sen kummassakin päätepisteessä? Maapallon säde on 6370 km. Helsingin ja Brysselin välinen lyhin etäisyys maapallon pintaa pitkin mitattuna on 1650 km.
11. Tarina kertoo, että tunnettu matemaatikko Jacques Bernoulli talletti vuoden 1699 alussa Baselin pankkiin 58 Sveitsin frangia ja unohti sitten asian. Pankki maksoi talletukselle peräti 0,8 prosentin vuotuista korkoa, joka liitettiin pääomaan aina vuoden lopussa. Minkä vuoden alkuun mennessä talletus kaksinkertaistui? Entä nelinkertaistui? Kuinka suuri olisi talletus ollut tämän vuoden alussa?
12. Sävelasteikossa c, d, e, f, g, a, h, c^1 on puolissävelaskel $e:n$ ja $f:n$ sekä $h:n$ ja $c^1:n$ välillä, muissa väleissä on kokosävelaskel. *Tasavireisessä virityksessä* puolissävelaskelet ovat yhtä suuria, mikä tarkoittaa, että sävelten f ja e sekä c^1 ja h värähdyslukujen suhde on sama; merkitään tätä k :lla. Kokosävelaskelten kohdalla peräkkäisten sävelten värähdyslukujen suhteet (jälkimmäisen suhde edelliseen) ovat myös samat ja $= k^2$. Olkoon $c:n$ värähdysluku 130, jolloin (oktaavin päässä olevan) $c^1:n$ värähdysluku on kaksinkertainen eli 260. Laske suhteen k tarkka arvo ja likiarvo sekä asteikon sävelten värähdysluvut kokonaisluvuiksi pyöristettyinä.
13. Laske $f(2) + f(3)$, kun $f(x) = 1/x$. Osoita, että $f(2) + f(3) \neq f(5)$. Osoita edelleen, että millään reaaliluvulla x ($x \neq 0, x \neq -2$) ei päde $f(2) + f(x) = f(2 + x)$.
14. Kuinka paljon lukion stipendirahastoon on lahjoitettava rahaa euroina (€), kun tarkoituksena on jakaa lahjoitus korkoineen stipendeinä seuraavasti: tasan vuoden kuluttua lahjoituksesta 200 €, kahden vuoden kuluttua 300 €, kolmen vuoden 400 €, neljän 500 € ja viiden vuoden kuluttua 600 €? Pääomaan lisätään vuosittain 4,5 prosentin korko, ensimmäisen kerran vuoden kuluttua lahjoituksesta.
15. Lukion A opiskelija Alina sai lukioiden yhteisessä vieraan kielen ainekirjoituskokeessa 82 pistettä ja lukion B opiskelija Bertta 80 pistettä. Kummassakin lukiossa kokeen keskiarvo oli 72 pistettä. Hajonta lukiossa A oli 9,2 pistettä ja lukiossa B 6,8 pistettä. Oletetaan, että pistemäärät noudattavat normaalijakaumaa. Tutki, kumpi opiskelija menestyi paremmin oman lukionsa tasoon verrattuna. Kuinka suuri osuus lukion B opiskelijoista menestyi kokeessa keskiarvoa paremmin mutta huonommin kuin Bertta? Entä Alinaa paremmin lukiossa A?