

3. a) Hannele on ratkaissut yhtälön

$$2(x^2 + x + 3) = 8(x + 1) + 2x^2,$$

mutta välivaiheet ovat menneet sekaisin.

Merkitse välivaiheet (B)–(F) alla olevaan taulukkoon niin, että ne muodostavat yhtälön loogisesti etenevän ratkaisun. Vastausta ei tarvitse perustella.

(A) $2(x^2 + x + 3) = 8(x + 1) + 2x^2$

(B) $-3x = 1$

(C) $x + 3 = 4(x + 1)$

(D) $x + 3 - 4 - x = 4x + 4 - 4 - x$

(E) $x + 3 = 4x + 4$

(F) $x^2 + x + 3 = 4(x + 1) + x^2$

(G) $x = -\frac{1}{3}$

Välivaiheen järjestysnumero	1	2	3	4	5	6	7
Välivaihe	A						G

b) Myös Pauliinan laskun välivaiheet ovat menneet sekaisin, ja lisäksi mukaan on tullut yksi johonkin muuhun laskuun kuuluva välivaihe.

Tehtävänä on valita alla olevista kohdista (B)–(F) neljä ja järjestää ne niin, että niistä muodostuu yhtälön

$$20 + 4x = x^2 + 8$$

ratkaisu. Vastausta ei tarvitse perustella.

(A) $20 + 4x = x^2 + 8$

(B) $x^2 - 4x = 12$

(C) $x^2 + 4x + 16 = 0$

(D) $x - 2 = \pm 4$

(E) $x^2 - 4x + 4 = 16$

(F) $(x - 2)^2 = 4^2$

(G) $x = -2$ tai $x = 6$

Välivaiheen järjestysnumero	1	2	3	4	5	6
Välivaihe	A					G

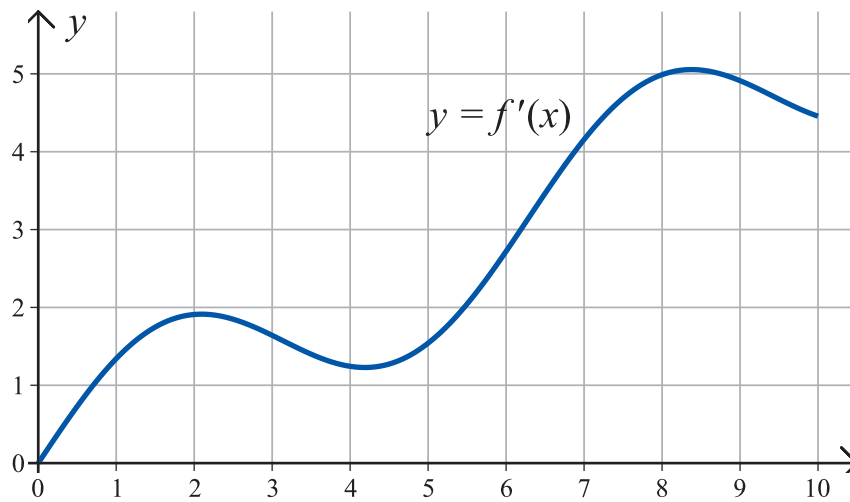
4. Oheisessa kuvassa on funktion $f(x)$ kuvaaja välillä $0 \leq x \leq 10$. Arvioi kuvaajan perusteella yhden desimaalin tarkkuudella

a) missä kohdissa $f(x) = 1,5$

b) millä väleillä funktio $f(x)$ on vähenevä

c) mikä on funktion $f(x)$ suurin ja pienin arvo välillä $2 \leq x \leq 7$.

Kuvioon tehdyt merkinnät eivät riitä vastaukseksi. Vastauksia ei tarvitse perustella.




B-osa

B-osan tehtävät arvostellaan pistein 0–6. Jos teet tehtävän 5, kirjoita sen ratkaisu kokoarkille. Muussa tapauksessa kirjoita kokoarkille vain nimitietosi. Muiden tehtävien ratkaisut kirjoitetaan jokainen omalle puoliarkille. Puoliarkit kootaan kokoarkin sisään. Apuvälineinä saat käyttää taulukkokirjaa ja laskinta. Laskimen saat kuitenkin haltuusi vasta sitten, kun olet palauttanut A-osan tehtävävihkosi. Sekä B1- että B2-osassa ratkaistaan kolme tehtävää.

B1-osa Ratkaise kolme tehtävistä 5–9.

5. Tavaratalossa jokainen kanta-asiakas saa alennuskupongin, jonka voi käyttää yhden ostoksen yhteydessä. Ostos voi sisältää useamman tuotteen. Alennus määräytyy ostoksen kokonaissumman perusteella alla olevan taulukon mukaisesti.

Ostos (€)	Alennus (€)
50,00– 99,99	5
100,00–239,99	15
240,00–499,99	40
500,00–	100

- a) Tee taulukko alennusprosentteista, kun ostoksen kokonaissumma on 50, 100, 300 ja 600 euroa.
- b) Risto ostaa vaatteita 80 eurolla ja hänen isänsä Mauri 200 eurolla. Kuinka monta prosenttiyksikköä suurempi on Maurin alennusprosentti verrattuna Riston alennusprosenttiin?
- c) Mikä olisi ollut Riston ja Maurin yhteinen alennusprosentti, jos he olisivat yhdistäneet ostoksensa?
6. Suomalaisen liigajoukkueen johto pohtii vuotuisen päätapahtumansa lippujen hinnoittelua. Aikaisempien vuosien perusteella he arvioivat, että katsojia tulee 3000, jos lipun hinta on 15 euroa. Jokaista yhden euron hinnankorotusta kohti katsojien määrä vähenee sadalla, ja vastaavasti yhden euron hinnanalennuksesta katsojamäärä kasvaa sadalla. Millä lipun hinnalla saadaan suurimmat lipputulot? Kuinka paljon lipputuloja tällöin saadaan? Anna vastaukset yhden sentin tarkkuudella.
7. Pienestä lukiosta valmistui 22 ylioppilasta vuonna 2007. Kymmenen vuoden kuluttua valmistumisesta kaksi heistä päättää järjestää luokkakokouksen ja valitsee itselleen sopivan päivämäärän. Oletetaan, että jokaiselle muulle luokkakaverille tämä päivä sopii kuitenkin vain 85 % todennäköisyydellä.
- a) Kuinka suurella todennäköisyydellä kaikki pääsevät paikalle?
- b) Kuinka suurella todennäköisyydellä täsmälleen yksi ei pääse paikalle?

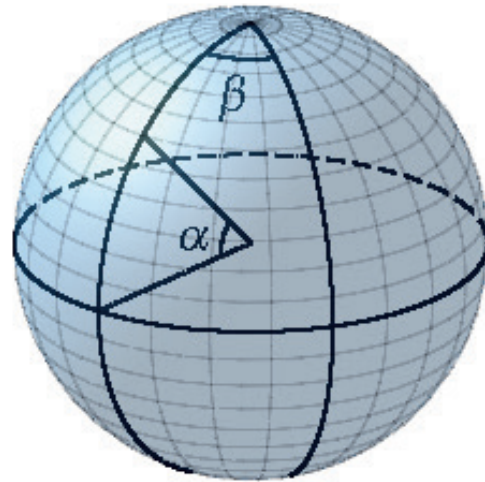
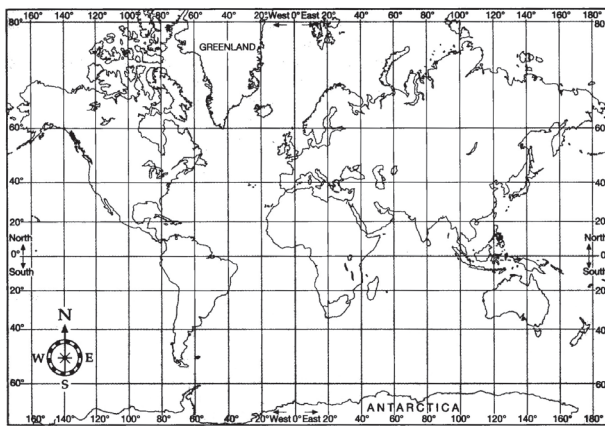
8. Monet hallinnolliset rajat seuraavat luonnollisia maaston piirteitä, kuten jokia ja vuoristoja. Sen sijaan Yhdysvalloissa Coloradon osavaltion rajat määräytyvät Maapallon leveys- ja pituusasteiden avulla seuraavista ehdoista:

$$\begin{aligned} 37^\circ \text{ N} &\leq \text{leveysaste} \leq 41^\circ \text{ N}, \\ 102^\circ \text{ W} &\leq \text{pituusaste} \leq 109^\circ \text{ W}. \end{aligned}$$

- a) Laske Coloradon osavaltion länsirajan pituus.
b) Kumpi on pitempi, Coloradon osavaltion eteläraja vai pohjoisraja? Perustele.

Tässä tehtävässä Maa oletetaan palloksi, jonka säde on $R = 6371$ km.

Tilanteen hahmottamisen helpottamiseksi on oikean puolen kuvaan merkitty päiväntasaajan suhteen mitattava leveysaste α ja Greenwichin meridiaanin suhteen mitattava pituusaste β .



Lähde: (vasen) <<https://cnx.org>>. Luettu 10.3.2016. (oikea) YTL.

9. Säätiö haluaa tukea internet-turvallisuutta seitsemän vuoden aikana yhteensä 800 000 eurolla. Rahat jaetaan niin, että jaettava summa kasvaa edellisestä vuodesta aina yhtä monta prosenttia.
- a) Oletetaan, että jaettavan summan vuotuinen kasvuprosentti on 10. Mikä pitää ensimmäisenä vuonna jaettavan summan olla, jotta koko 800 000 tulee seitsemässä vuodessa jaetuksi?
- b) Oletetaan, että ensimmäisenä vuonna jaetaan 70 000 euroa. Mikä pitää vuotuisen kasvuprosentin olla, jotta koko 800 000 euroa tulee seitsemässä vuodessa jaetuksi? Muodosta kysymykseen liittyvä yhtälö ja ratkaise se esimerkiksi kokeilemalla. Anna vastaus yhden prosenttiyksikön tarkkuudella.

B2-osa Ratkaise kolme tehtävistä 10–13.

10. Katariina ostaa vaelluskäyttöön vedensuodattimen, joka poistaa 96 % suodatettavassa vedessä olevista bakteereista.
- Katariina suodattaa veden kaksi kertaa. Kuinka monta prosenttia bakteereista saadaan tällä tavalla pois?
 - Katariinan vaelluskaveri Nikke haluaa, että bakteereista saadaan pois 99,9995 %. Kuinka monta kertaa vesi pitää tällöin suodattaa?
 - Aikaa säästääkseen Katariina ajattelee ostavansa paremman suodattimen. Kuinka monta prosenttia bakteereista vedensuodattimen pitäisi poistaa yhdellä suodatuskerralla, jotta kahdella suodatuskerralla saataisiin poistettua 99,9995 % bakteereista?
11. a) Selitä omin sanoin mitä tarkoitetaan todennäköisyyslaskennassa vastatapahtumalla eli komplementtitapahtumalla. (2 p.)
- b) Kuuluisassa 1970-luvulla tehdyssä psykologian koesarjassa Tversky ja Kahneman osoittivat, ettei ihmisten intuitio todennäköisyysarviointista ole erityisen luotettava. Eräässä näistä kokeista he esittivät koehenkilöille seuraavan kertomuksen:
- Linda on 31-vuotias, naimaton, sanavalmis ja hyvin fiksu. Hän valmistui yliopistosta pääaineenaan filosofia. Opiskelijana hän oli hyvin kiinnostunut syrjintäkysymyksistä ja sosiaalisesta oikeudenmukaisuudesta, ja hän osallistui myös ydinvoimaa vastustaviin mielenosoituksiin.
- Koehenkilöitä pyydettiin tämän perusteella arvioimaan, kumpi seuraavista väitteistä on todennäköisempi:
- Linda on pankkivirkailija.
 - Linda on pankkivirkailija ja hän on aktiivinen feministiliikkeessä.
- Kokeessa 85 % vastaajista oli sitä mieltä, että väittämä (B) on todennäköisempi. Perustele todennäköisyyslaskennan keinoin ja merkinnöin, että nämä vastaajat ovat väärässä. (4 p.)
12. Rahtilaiva lähtee Hangon satamasta Saksan Rostockiin. Laivan navigointijärjestelmä kertoo reitin vektorimuodossa. Laiva kulkee ensin vektorin $\vec{a} = 3,5\vec{i} - 3,5\vec{j}$ verran, sitten vektorin $\vec{b} = -5,0\vec{i}$ verran ja lopuksi vektorin $\vec{c} = -4,1\vec{j}$ verran. Yksikkönä on kilometri. Kuinka kaukana laiva on tällöin lähtöpisteestä? Anna vastaus sadan metrin tarkkuudella. Maan pinnan kaareutumista ei tarvitse tässä tehtävässä ottaa huomioon.

13. Tarkastellaan kahden muuttujan x ja y ensimmäisen asteen yhtälöitä ja niistä muodostettuja yhtälöryhmiä.
- a) Anna esimerkki yhtälöryhmästä, joka koostuu kolmesta eri yhtälöstä ja jolla on täsmälleen yksi ratkaisu.
 - b) Anna esimerkki yhtälöryhmästä, joka koostuu kolmesta eri yhtälöstä ja jolla ei ole yhtään ratkaisua.
 - c) Tulkitse a- ja b-kohdissa antamasi esimerkit graafisesti.